

Моделирование и имитационный анализ двухуровневой последовательной системы массового обслуживания на базе GPSS

Чжан Юйцзя

*Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема
Магистрант*

Аннотация

В данной статье построена имитационная модель на основе GPSS для типичной двухкаскадной последовательной системы массового обслуживания с очередями, а также проведён анализ её производительности посредством сравнительных экспериментов с различными наборами параметров. В рассматриваемой системе клиенты последовательно проходят два обслуживающих узла: первый предназначен для приёма и регистрации, второй — для выполнения основных операций. Каждый узел оснащён отдельным обслуживающим постом и очередью ожидания. Интенсивность поступления клиентов и длительность обслуживания подчиняются экспоненциальному распределению. В среде GPSS World проведено дискретно-событийное имитационное моделирование с тремя разными комбинациями интенсивностей поступления и обслуживания. Были получены основные показатели работы системы: средняя длина очереди, среднее время ожидания на каждом узле, коэффициент загрузки обслуживающих постов и среднее пребывание клиентов в системе. Результаты экспериментов подтвердили, что эффект узкого места в последовательной системе существенно влияет на общее качество обслуживания, а пропускная способность первого узла является ключевым фактором, ограничивающим пропускную способность всей системы.

Ключевые слова: последовательная система массового обслуживания с очередями; имитационное моделирование на GPSS; многопостовое обслуживание; экспоненциальное распределение; анализ производительности

GPSS modeling and simulation analysis of two-stage tandem queuing service system

Zhang Yujia

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
graduate student*

Abstract

This paper constructs a GPSS simulation model for a typical two-stage tandem queuing service system, and analyzes the system performance through comparative experiments with multiple sets of parameters. In the system, customers go through two service stations in sequence: the first for reception and registration, and the

second for business processing. Each station is equipped with independent service counters and waiting queues. Both customer arrival rate and service time follow the exponential distribution. Three groups of parameter combinations of arrival rates and service rates are set up to conduct discrete-event simulation in GPSS World. Core indicators including average queue length, average waiting time, service counter utilization rate and average customer sojourn time of each station are extracted. The experimental results show that the bottleneck effect in the tandem system significantly affects the overall service quality, and the service capacity of the first station is usually the key factor restricting the throughput of the entire system.

Keywords: tandem queuing system; GPSS simulation; multi-server; exponential distribution; performance analysis

1 Введение

Теория массового обслуживания является важным разделом исследований в области операционных исследований и управленческих наук, она находит широкое применение в коммуникационных сетях, транспортной сфере, медицинском обслуживании, банковских учреждениях и других областях [1]. На практике клиентам зачастую требуется пройти несколько последовательных этапов для завершения обслуживания. Например, при совершении банковских операций сначала получают талон на очередь, а затем обслуживаются; при посещении медицинского учреждения пациенты проходят регистрацию перед осмотром. Анализ производительности многоуровневых последовательных систем массового обслуживания сложнее, чем исследование однокаскадных систем [2].

GPSS (General Purpose Simulation System) — высокоуровневый язык для дискретно-событийного моделирования, разработанный Джеффри Гордоном из компании IBM в 1961 году. Данный язык основан на концепции моделирования транзактов. С помощью стандартных блоков GENERATE, QUEUE, SEIZE, ADVANCE, RELEASE, TERMINATE описывается перемещение объектов в системе, поэтому GPSS отлично подходит для построения моделей систем массового обслуживания. На сегодняшний день наиболее распространённой средой моделирования является GPSS World, которая оснащена графическим интерфейсом и широким набором функций статистического анализа [3, 4].

Ряд учёных уже проводил исследования с использованием инструментов GPSS. В частности, на основе GPSS/H выполнено имитационное моделирование амбулаторной системы медицинского учреждения, что позволило оптимизировать процессы формирования очередей [5]. Проведено сравнительное моделирование систем массового обслуживания типов M/M/c и M/M/1 с применением GPSS, подтвердив различия показателей коэффициента загрузки обслуживающих постов, средней длины очереди и среднего времени ожидания для разных моделей [6]. Кроме того, GPSS активно используется для оптимизации узких мест производственных линий

[7], распределения рабочих окон в банках, регулирования дорожных светофоров и других задач. Это полностью подтверждает эффективность и практичность данного инструмента при моделировании и анализе производительности систем массового обслуживания.

В настоящей работе с помощью программного комплекса GPSS World построена модель двухкаскадной последовательной системы массового обслуживания и выполнено её имитационное исследование. На основе трёх серий экспериментов с разными параметрами изучено влияние изменений нагрузки на показатели работы очередей каждого обслуживающего узла.

2 Постановка задачи

2.1 Описание системы

В одном пункте обслуживания организованы два последовательно соединённых обслуживающих узла:

1. Первый узел (приём и регистрация): имеет 1 обслуживающий пост, предназначенный для ввода данных клиентов. Время обслуживания подчиняется экспоненциальному распределению.
2. Второй узел (обработка заявок) оснащён 2 параллельными обслуживающими постами для выполнения основных операций. Время обслуживания также подчиняется экспоненциальному распределению.
3. Схема движения клиентов прибытие → ожидание в очереди на первом узле → регистрационное обслуживание → ожидание в очереди на втором узле → обработка заявок → уход

2.2 Допущения модели

1. Интервал времени между последовательными прибытиями клиентов подчиняется экспоненциальному распределению со средним значением E_a .
2. Длительность обслуживания на первом узле подчиняется экспоненциальному распределению со средним значением E_1 .
3. Длительность обслуживания на втором узле подчиняется экспоненциальному распределению со средним значением E_2 .
4. Ёмкость очередей на каждом узле неограничена, обслуживание осуществляется по правилу FIFO (первый вошёл — первый вышел) [2].
5. Имитационное моделирование завершается после достижения 20000 условных единиц модельного времени.

3 Параметры модели и организация экспериментов

3.1 Определение параметров

Нагрузка системы определяется тремя параметрами: среднее значение интервала между прибытиями клиентов E_a , средняя длительность обслуживания на первом узле E_1 , и средняя длительность обслуживания на втором узле E_2 . Коэффициент загрузки первого обслуживающего узла

рассчитывается по формуле: $\rho_1 = E_a/E_1$, Коэффициент загрузки каждого отдельного поста второго узла: $\rho_2 = E_a/(2 \times E_2)$.

3.2 Схема проведения экспериментов

Организованы три серии сравнительных экспериментов. Изменение интенсивности прибытия клиентов и длительности обслуживания позволяет регулировать общую нагрузку системы.

Таблица 1 - Экспериментальные параметры и показатели нагрузки

Эксперимент	E_a	1	2	ρ_1	ρ_2	Примечание
Эксперимент 1	1,0	0,8	1,5	1,25	0,33	Высокая нагрузка на первый узел
Эксперимент 2	1,5	0,8	1,5	1,88	0,50	Высокая нагрузка на всю последовательную систему
Эксперимент 3	2,0	0,8	1,5	2,50	0,67	Экстремально высокая нагрузка

4 Моделирование на GPSS

4.1 Концепция моделирования

Ключевой момент при построении GPSS-модели последовательной системы заключается в следующем: транзакты (клиенты) последовательно проходят два цикла блоков QUEUE–SEIZE/ENTER–ADVANCE–RELEASE–LEAVE.

Для первого узла (с одним обслуживающим постом) используются блоки SEIZE/RELEASE, для второго узла (с двумя параллельными постами) применяются блоки ENTER/LEAVE совместно с элементом STORAGE. Каждый узел имеет собственное имя очереди (Q1/Q2), что обеспечивает раздельный сбор статистики по очередям на каждом этапе обслуживания [4].

4.2 Универсальный шаблон программы на GPSS

```

; =====
; GPSS-модель двухкаскадной последовательной системы массового обслуживания
; =====

; Определение 2 параллельных обслуживающих постов для второго узла
COUNTER STORAGE 2

; Генерация поступления клиентов
GENERATE (EXPONENTIAL(1,0,Ea))

; === Первый узел: Приём и регистрация (1 пост) ===
QUEUE 1 ; Поступление в очередь первого узла
SEIZE DESK ; Занятие поста регистрации
DEPART 1 ; Выход из очереди первого узла
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,E1)) ; Процесс регистрации
RELEASE DESK ; Освобождение поста регистрации

```

```

; === Второй узел: Выполнение операций (2 поста) ===
QUEUE 2 ; Поступление в очередь второго узла
ENTER COUNTER ; Занятие одного из постов обработки
DEPART 2 ; Выход из очереди второго узла
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,E2)) ; Процесс выполнения операций
LEAVE COUNTER ; Освобождение поста обработки

TERMINATE ; Выход клиента из системы

; Управление завершением моделирования
GENERATE 20000
TERMINATE 1
START 1

```

5. Программы для экспериментов

5.1 Эксперимент 1 (Высокая нагрузка на первый узел, $\rho_1=1,25$)

```

; =====
; Эксперимент 1: Двухкаскадная последовательная система
;  $E_a=1.0$ ,  $E_1=0.8$ ,  $E_2=1.5$ 
;  $\rho_1=1.25$ ,  $\rho_2=0.33$ 
; =====
COUNTER STORAGE 2
GENERATE (EXPONENTIAL(1,0,1))
QUEUE 1
SEIZE DESK
DEPART 1
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,0.8))
RELEASE DESK
QUEUE 2
ENTER COUNTER
DEPART 2
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,1.5))
LEAVE COUNTER
TERMINATE
GENERATE 20000
TERMINATE 1
START 1

```

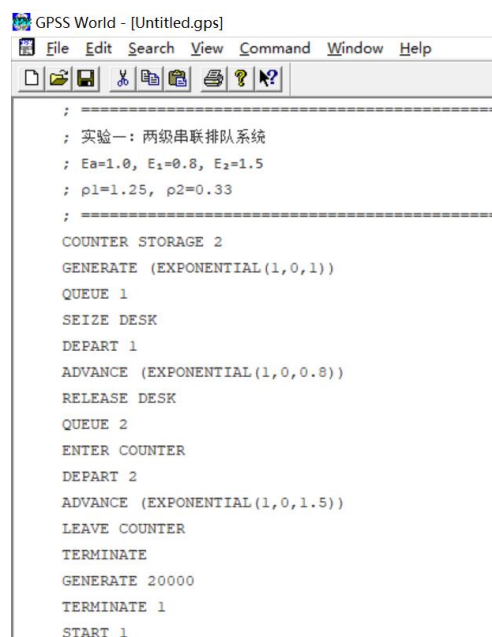


Рисунок 1 – Скриншот программы первого эксперимента

5.2 Эксперимент 2 (Высокая нагрузка на всю систему, $\rho_1=1,88$)

```
; =====
; Эксперимент 2: Двухкаскадная последовательная система
;  $E_a=1.5$ ,  $E_1=0.8$ ,  $E_2=1.5$ 
;  $\rho_1=1.88$ ,  $\rho_2=0.50$ 
; =====
COUNTER STORAGE 2
GENERATE (EXPONENTIAL(1,0,1.5))
QUEUE 1
SEIZE DESK
DEPART 1
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,0.8))
RELEASE DESK
QUEUE 2
ENTER COUNTER
DEPART 2
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,1.5))
LEAVE COUNTER
TERMINATE
GENERATE 20000
TERMINATE 1
START 1
```

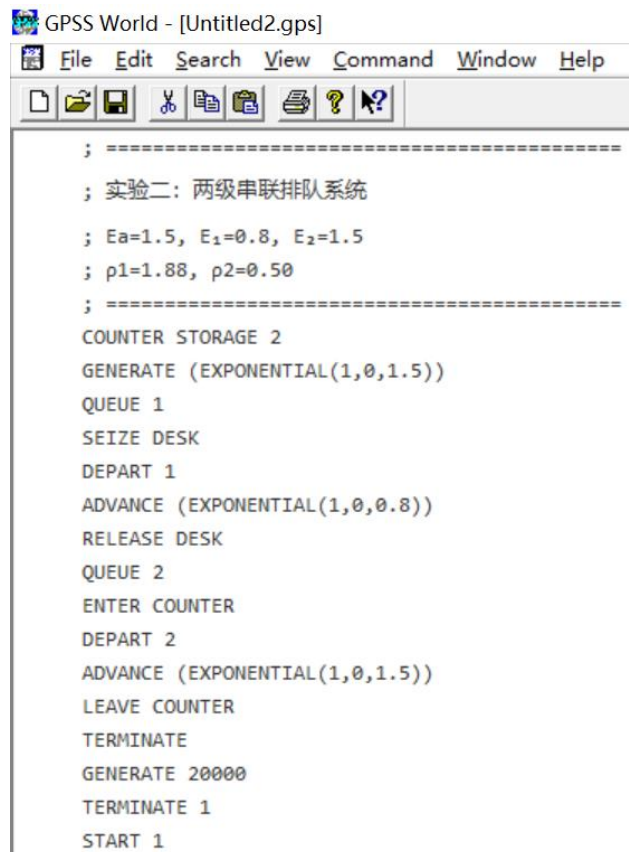


Рисунок 2 – Скриншот программы второго эксперимента

5.3 Эксперимент 3 (Экстремально высокая нагрузка, $\rho_1=2,50$)

```
; =====
; Эксперимент 3: Двухкаскадная последовательная система
;  $E_a=2.0$ ,  $E_1=0.8$ ,  $E_2=1.5$ 
;  $\rho_1=2.50$ ,  $\rho_2=0.67$ 
; =====
COUNTER STORAGE 2
GENERATE (EXPONENTIAL(1,0,2))
```

```

QUEUE 1
SEIZE DESK
DEPART 1
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,0.8))
RELEASE DESK
QUEUE 2
ENTER COUNTER
DEPART 2
ADVANCE (EXPONENTIAL(1,0,1.5))
LEAVE COUNTER
TERMINATE
GENERATE 20000
TERMINATE 1
START 1

```

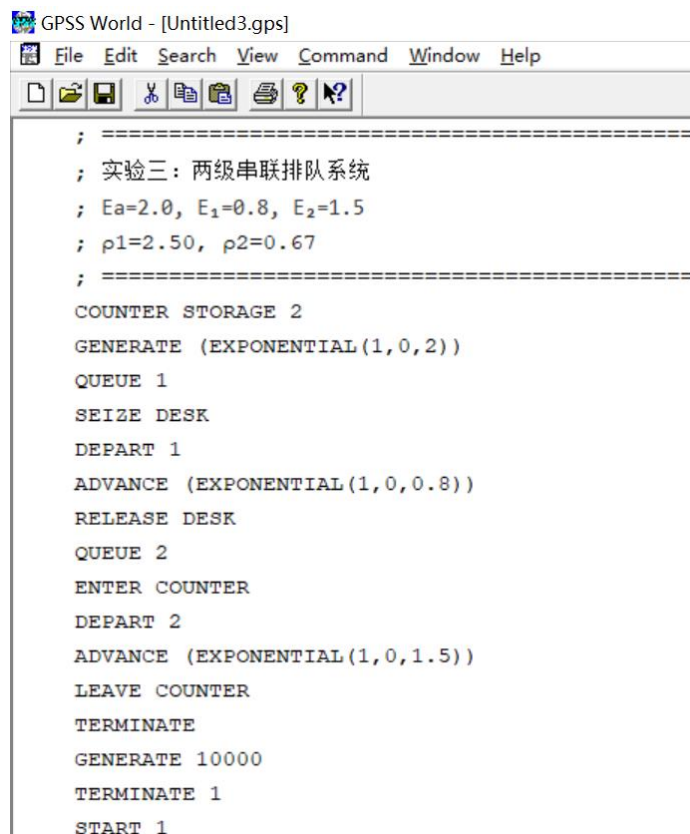


Рисунок 3 – Скриншот программы третьего эксперимента

6. Анализируемые показатели

Таблица 2 - Описание исследуемых показателей моделирования в GPSS

Показатель	Раздел отчёта GPSS	Значение показателя
Средняя длина очереди первого узла	AVE.CONT. в разделе Queue Q1	Среднее число клиентов в очереди первого узла (взвешенное по времени)
Среднее время ожидания в очереди первого узла	AVE.TIME в разделе Queue Q1	Среднее время ожидания одного клиента в очереди первого узла
Средняя длина очереди второго узла	AVE.CONT. в разделе Queue Q2	Среднее число клиентов в очереди второго узла (взвешенное по времени)

Среднее время ожидания в очереди второго узла	AVE.TIME в разделе Queue Q2	Среднее время ожидания одного клиента в очереди второго узла
Коэффициент загрузки поста регистрации	UTIL. в разделе Facility DESK	Доля времени занятости поста регистрации
Коэффициент загрузки окон обработки	UTIL. в разделе Storage COUNTER	Доля времени полной загрузки окон обработки
Среднее число занятых окон обработки	AVE.CONT. в разделе Storage COUNTER	Среднее количество одновременно работающих окон обработки

7 Отчёт о результатах имитационного моделирования в GPSS

После запуска трёх программ в среде GPSS World были извлечены данные из отчётов и сведены в таблицы.

7.1 Результаты эксперимента 1 ($\rho_1=1.25$, $\rho_2=0.33$)

Таблица 3 - Данные результатов моделирования первого эксперимента

Показатель	Значение
Общее время моделирования	20000
Средний интервал между прибытиями клиентов (E_a)	1,0
Средняя длительность обслуживания на первом узле (E_1)	0,8
Средняя длительность обслуживания на втором узле (E_2)	1,5
Общее число обслуженных клиентов	19998
Средняя длина очереди первого узла (Q1 AVE.CONT.)	3,565
Среднее время ожидания в очереди первого узла (Q1 AVE.TIME)	3,565
Средняя длина очереди второго узла (Q2 AVE.CONT.)	2,061
Среднее время ожидания в очереди второго узла (Q2 AVE.TIME)	2,061
Коэффициент загрузки поста регистрации (DESK UTIL.)	0,799
Коэффициент загрузки окон обработки (COUNTER UTIL.)	0,758
Среднее число занятых окон обработки (COUNTER AVE.CONT.)	1,517

Итог работы 1.

GPSS World Simulation Report - Untitled Model 1.11.2									
Monday, May 25, 2026 19:36:13									
START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES					
0.000	20000.000	14	1	1					
NAME		VALUE							
COUNTER			10000.000						
DESK			10001.000						
LABEL	LOC	BLOCK TYPE	ENTRY COUNT	CURRENT COUNT	RETRY				
	1	GENERATE	20001	0	0				
	2	QUEUE	20001	0	0				
	3	SEIZE	20001	0	0				
	4	DEPART	20001	0	0				
	5	ADVANCE	20001	0	0				
	6	RELEASE	20001	0	0				
	7	QUEUE	20001	1	0				
	8	ENTER	20000	0	0				
	9	DEPART	20000	0	0				
	10	ADVANCE	20000	2	0				
	11	LEAVE	19998	0	0				
	12	TERMINATE	19998	0	0				
	13	GENERATE	2	0	0				
	14	TERMINATE	2	0	0				
FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE. TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
DESK	20001	0.799	0.799	1	0	0	0	0	0
QUEUE	MAX CONT.	ENTRY	ENTRY (0)	AVE. CONT.	AVE. TIME	AVE. (-0)	RETRY		
1	46	0	20001	4039	3.565	3.565	4.467	0	
2	33	1	20001	6919	2.061	2.061	3.151	0	
STORAGE	CAP.	REM.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE. C.	UTIL.	RETRY DELAY
COUNTER	2	0	0	2	20000	1	1.517	0.758	0 1
FEC XN	PRI	BDT	ASSEM	CURRENT	NEXT	PARAMETER	VALUE		
20004	0	20000.079	20004	0	1				
20001	0	20000.698	20001	10	11				
20002	0	20005.762	20002	10	11				
20005	0	30000.000	20005	0	13				

Рисунок 4 – Результаты моделирования первого эксперимента

7.2 Результаты эксперимента 2 (ρ₁=1.88, ρ₂=0.50)

Таблица 4 - Данные результатов моделирования второго эксперимента

Показатель	Значение
Общее время моделирования	20000
Средний интервал между прибытиями клиентов (E _a)	1,5
Средняя длительность обслуживания на первом узле (E ₁)	0,8
Средняя длительность обслуживания на втором узле (E ₂)	1,5
Общее число обслуженных клиентов	13333
Средняя длина очереди первого узла (Q1 AVE.CONT.)	0,663
Среднее время ожидания в очереди первого узла (Q1 AVE.TIME)	0,994
Средняя длина очереди второго узла (Q2 AVE.CONT.)	0,335
Среднее время ожидания в очереди второго узла (Q2 AVE.TIME)	0,503
Коэффициент загрузки поста регистрации (DESK UTIL.)	0,539
Коэффициент загрузки окон обработки (COUNTER UTIL.)	0,502
Среднее число занятых окон обработки (COUNTER AVE.CONT.)	1,003

Итог работы 2.

GPSS World Simulation Report - Untitled2.1.2									
Monday, May 25, 2026 19:52:27									
START TIME		END TIME		BLOCKS	FACILITIES	STORAGES			
0.000		20000.000		14	1	1			
NAME				VALUE					
COUNTER				10000.000					
DESK				10001.000					
LABEL	LOC	BLOCK TYPE	ENTRY COUNT	CURRENT COUNT	RETRY				
	1	GENERATE	13339	0	0				
	2	QUEUE	13339	3	0				
	3	SEIZE	13336	0	0				
	4	DEPART	13336	0	0				
	5	ADVANCE	13336	1	0				
	6	RELEASE	13335	0	0				
	7	QUEUE	13335	0	0				
	8	ENTER	13335	0	0				
	9	DEPART	13335	0	0				
	10	ADVANCE	13335	2	0				
	11	LEAVE	13333	0	0				
	12	TERMINATE	13333	0	0				
	13	GENERATE	2	0	0				
	14	TERMINATE	2	0	0				
FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE. TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
DESK	13336	0.539	0.808	1	13338	0	0	0	3
QUEUE	MAX CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE. (-0)	RETRY		
1	21	3	13339	6065	0.663	0.994	1.824	0	
2	11	0	13335	8955	0.335	0.503	1.531	0	
STORAGE	CAP.	REM.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY DELAY
COUNTER	2	0	0	2	13335	1	1.003	0.502	0 0
FEC XN	PRI	BDT	ASSEM	CURRENT	NEXT	PARAMETER	VALUE		
13338	0	20000.255	13338	5	6				
13342	0	20000.314	13342	0	1				
13337	0	20000.586	13337	10	11				
13336	0	20000.785	13336	10	11				
13343	0	30000.000	13343	0	13				

Рисунок 5 – Результаты моделирования второго эксперимента

7.3 Результаты эксперимента 3 ($\rho_1=2.50$, $\rho_2=0.67$)

Таблица 5 - Данные результатов моделирования третьего эксперимента

Показатель	Значение
Общее время моделирования	20000
Средний интервал между прибытиями клиентов (E_a)	2,0
Средняя длительность обслуживания на первом узле (E_1)	0,8
Средняя длительность обслуживания на втором узле (E_2)	1,5
Общее число обслуженных клиентов	10112
Средняя длина очереди первого узла (Q1 AVE.CONT.)	0,272
Среднее время ожидания в очереди первого узла (Q1 AVE.TIME)	0,538
Средняя длина очереди второго узла (Q2 AVE.CONT.)	0,148

Среднее время ожидания в очереди второго узла (Q2 AVE.TIME)	0,292
Коэффициент загрузки поста регистрации (DESK UTIL.)	0,407
Коэффициент загрузки окон обработки (COUNTER UTIL.)	0,385
Среднее число занятых окон обработки (COUNTER AVE.CONT.)	0,771

Итог работы 3.

GPSS World Simulation Report - Untitled3.1.2									
Monday, May 25, 2026 20:00:02									
START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES					
0.000	20000.000	14	1	1					
NAME		VALUE							
COUNTER	10000.000								
DESK	10001.000								
LABEL	LOC	BLOCK TYPE	ENTRY COUNT	CURRENT	COUNT	RETRY			
	1	GENERATE	10113	0	0	0			
	2	QUEUE	10113	0	0	0			
	3	SEIZE	10113	0	0	0			
	4	DEPART	10113	0	0	0			
	5	ADVANCE	10113	0	0	0			
	6	RELEASE	10113	0	0	0			
	7	QUEUE	10113	0	0	0			
	8	ENTER	10113	0	0	0			
	9	DEPART	10113	0	0	0			
	10	ADVANCE	10113	1	0	0			
	11	LEAVE	10112	0	0	0			
	12	TERMINATE	10112	0	0	0			
	13	GENERATE	2	0	0	0			
	14	TERMINATE	2	0	0	0			
FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE. TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
DESK	10113	0.407	0.805	1	0	0	0	0	0
QUEUE	MAX CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE. (-0)	RETRY		
1	11	0	10113	5980	0.272	0.538	1.315	0	
2	11	0	10113	7852	0.148	0.292	1.307	0	
STORAGE	CAP.	REM.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY DELAY
COUNTER	2	1	0	2	10113	1	0.771	0.385	0 0
FEC XN	PRI	BDT	ASSEM	CURRENT	NEXT	PARAMETER	VALUE		
10115	0	20000.633	10115	10	11				
10116	0	20007.108	10116	0	1				
10117	0	30000.000	10117	0	13				

Рисунок 6 – Результаты моделирования третьего эксперимента

8. Сводная таблица результатов экспериментов

Таблица 6 - Сводное сравнение результатов трёх экспериментов

Эксперимент		ρ_1	Средняя длина	Время ожидани я Q1	Средняя длина	Время ожидани я Q2	Коэффи циент загрузки	Коэффицие нт загрузки
1	1,0	1,25	3,565	3,565	2,061	2,061	0,799	0,758
2	1,5	1,88	0,663	0,994	0,335	0,503	0,539	0,502
3	2,0	2,50	0,272	0,538	0,148	0,292	0,407	0,385

9 Анализ и выводы по результатам экспериментов

9.1 Анализ эффекта узкого места

Характерной особенностью последовательных систем является эффект узкого места. Недостаточная пропускная способность первого узла приводит к явлению «голодания» второго узла: обслуживающие посты второго узла простаивают из-за отсутствия клиентов. При значении $\rho_1 > 1$ длина очереди на первом узле постоянно увеличивается, при этом коэффициент загрузки второго узла снижается [8].

9.2 Влияние нагрузки на систему

С увеличением интервала между прибытиями клиентов (переход от Эксперимента 1 к Эксперименту 3) общая нагрузка на систему постепенно снижается. При этом длина очереди и время ожидания на первом узле заметно сокращаются. Ослабление ограничивающего влияния первого узла также изменяет показатели второго узла. Данные экспериментов полностью подтверждают данную закономерность.

9.3 Рекомендации по оптимизации системы

На основе результатов имитационного моделирования предложены следующие меры для повышения эффективности системы:

- Если первый узел является узким местом системы, в первую очередь следует увеличить его пропускную способность путём добавления обслуживающих постов или сокращения длительности обслуживания.
- Обеспечить сбалансированную пропускную способность двух узлов, чтобы исключить простои на одном участке и перегрузку на другом.
- Рекомендуются организовать буферные зоны между узлами для сглаживания колебаний интенсивности прибытия клиентов [9].

Библиографический список

1. Ху Юньцюань. Курс теории операционных исследований (5-е изд.). Пекин: Издательство Университета Цинхуа, 2018.
2. Тан Инхуэй, Тан Сяово. Теория массового обслуживания. Пекин: Издательство «Наука», 2006.
3. GPSS World Reference Manual [EB/OL]. – Minuteman Software, 2020.
4. Цзян Хайхун, Ю Бэнхай. Моделирование управленческих систем и GPSS (2-е изд.). Пекин: Издательство Университета Цинхуа, 2013.
5. Сюэ Сюэмин, Сюэ Шэнцзя. Имитационное моделирование амбулаторной системы больницы на GPSS/H и анализ полученных результатов // Вестник Университета Цзинань (серия естественных и медицинских наук). 2002. Т. 23. № 1. С. 25–29.
6. Сун Цзянь, Дин Ридзя, Чэнь Яньян. Сравнительное имитационное моделирование систем массового обслуживания типов М/М/с и М/М/1 // Вестник Пекинского политехнического университета. 2016. Т. 42. № 9. С. 1324–1331.

7. Ма Сюяо, Цинь Сяншэн, Чэн Чэн. Имитационная оптимизация производственно-логистической системы на основе теории массового обслуживания // Интегрированные компьютерные производственные системы. 2011. Т. 17. № 3. С. 572–580.
8. У Юйхуа, Ду Ган. Основы управленческих наук (3-е изд.). Тяньцзинь: Издательство Тяньцзиньского университета, 2009.
9. Banks J., Carson J. S., Nelson B. L. и др. Discrete-Event System Simulation (5th Edition). Prentice Hall, 2009.