

Экспертная оценка алгоритмов нахождения максимального паросочетания для двудольных графов

Лебедев Александр Сергеевич
Волжский политехнический институт
студент

Свиридова Ольга Викторовна
Волжский политехнический институт
Кандидат технических наук, доцент кафедры «Информатика и технология программирования»

Аннотация

В статье рассмотрены понятия и представлены результаты сравнительного анализа по методу Саати алгоритмов нахождения максимального паросочетания в двудольных графов.

Ключевые слова: Максимальное паросочетание, двудольный граф, метод Саати.

Expert evaluation of the algorithms of maximum pumping for the two-way graphs

Lebedev Alexandr Sergeevich
Volzhsky Polytechnical Institute
student

Sviridova Olga Victorovna.
Volzhsky Polytechnical Institute
Ph.D., Associate Professor, Department "Computer technology and programming"

Abstract

The article deals with concepts and presents the results of a comparative analysis using the Saati method for finding the maximum matching in bipartite graphs.

Keywords: The maximum matching, bipartite graphs, Saati method.

Заказы и автомобили такси представляются на карте в виде двудольного графа. Для того чтобы распределить заказы, можно воспользоваться алгоритмами нахождения максимального паросочетания [4].

В данной статье проведен анализ данных алгоритмов (Куна, Хопкрофта - Карпа, Форда-Фалкерсона, Габоу, Малхотри-Кумара-Махешвари), позволяющих находить паросочетания, мощность которых максимальна среди всех возможных паросочетаний в двудольном графе.

Основываясь на необходимых критериях оценки алгоритмов, были избраны данные критерии для сравнительного анализа аналогов:

1. К1 - Дополнительная память
2. К2 - Асимптотика времени работы
3. К3 - Доступные модификации (улучшения)
4. К4 - Работа с взвешенными графами
5. К5 - Стабильность алгоритма в получаемых данных

Используя аналитическую иерархическую процедуру Саати, определим вес каждого критерия качества [1,2,3]. Принципом полнения матрицы парных сравнений показан в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов матрицы парных сравнений

$X_{\beta\gamma}$	коэффициенты
1	β -ый и γ -ый критерий приблизительно равноценны
3	β -ый критерий несколько лучше γ -го
5	β -ый критерий лучше γ -го
7	β -ый критерий значительно лучше γ -го
9	β -ый критерий очевидно лучше γ -го

Матрица парных сравнений, средние геометрические и веса критериев представлены в таблице 2.

Таблица 2. Матрица парных сравнений, средние геометрические и веса критериев.

	К1	К2	К3	К4	К5	Среднее геометрическое	Веса критериев
К1	1,00	3,00	5,00	7,00	9,00	3,94	0,50
К2	0,33	1,00	5,00	5,00	7,00	2,26	0,29
К3	0,20	0,20	1,00	3,00	5,00	0,90	0,11
К4	0,14	0,20	0,33	1,00	7,00	0,58	0,07
К5	0,11	0,14	0,20	0,14	1,00	0,21	0,03
Сумма						7,89	1,00

Диаграмма весовых коэффициентов для критериев К1, К2, К3, К4, К5 представлена на рисунке 1.



Рисунок 1. Весовые коэффициенты критериев качества

Сделаем проверку матрицы парных сравнений на непротиворечивость. Просуммировав столбцы матрицы парных сравнений, получим:

$$S_1=1,79; S_2= 4,54; S_3= 11,53; S_4= 16,14; S_5=29.$$

Найдем дополнительную величину D , сложив произведения сумм столбцов матрицы и весовые коэффициенты: $D = 5,49$. Индекс согласованности $ИС = (D-N)/(N-1) = 0,12$.

Величина случайной согласованности для размерности матрицы парных сравнений: $СлС = 1,12$. Отношение согласованности $ОС=ИС/СлС = 0,11$. Уточнение матрицы парных сравнений не требуется, в связи с тем, что данное значение не превосходит $0,2$. Применим приобретенные коэффициенты, найдем интегральный показатель качества для данных алгоритмов:

1. Куна;
2. Хопкрофта - Карпа;
3. Форда-Фалкерсона;
4. Габоу;
5. Малхотри-Кумара-Махешвари.

Выберем категориальную шкалу от 0 до 7 (где 0 – качество никак не приемлемо, 7 – максимально достижимый уровень использования алгоритма).

Значения весовых коэффициентов k_{β} , соответствующие функциональным возможностям аналогов алгоритмов:

1. Дополнительная память: $k_1 = 0,50$;
 2. Асимптотика времени работы: $k_2 = 0,29$;
 3. Доступные модификации (улучшения): $k_3 = 0,11$;
 4. Работа с взвешенными графами: $k_4 = 0,07$;
 5. Стабильность алгоритма в получаемых данных: $k_5 = 0,03$;
- где $\sum k_{\beta} = 1$.

По данной шкале найдем количественные значения функциональных возможностей $X_{\beta\gamma}$ (таблица 3) и вычислим интегральные показатели качества для подобранных алгоритмов.

Таблица 3. Интегральные показатели качества

Критерии	Весовые коэффициенты	Алгоритмы					Базовые значения
		1-ый	2-ой	3-ий	4-ый	5-ый	
Набор алгоритмов восстановления	0,50	7	2	6	5	5	5
Точность восстановления данных	0,29	5	7	5	4	5	5,2
Скорость восстановления данных	0,11	7	4	6	2	3	4,4
Формат входных данных	0,07	5	3	3	2	2	3
Простота работы с ПО	0,03	6	4	5	5	6	5,2
Интегральный показатель качества Q		6,25	3,79	5,47	4,15	4,58	4,85

где $Q_{\beta} = \sum k_{\beta} * X_{\beta\gamma}$ – интегральный показатель качества для γ -го алгоритма.

Построим лепестковую диаграмму интегрального показателя качества каждого алгоритма (рисунок 2).

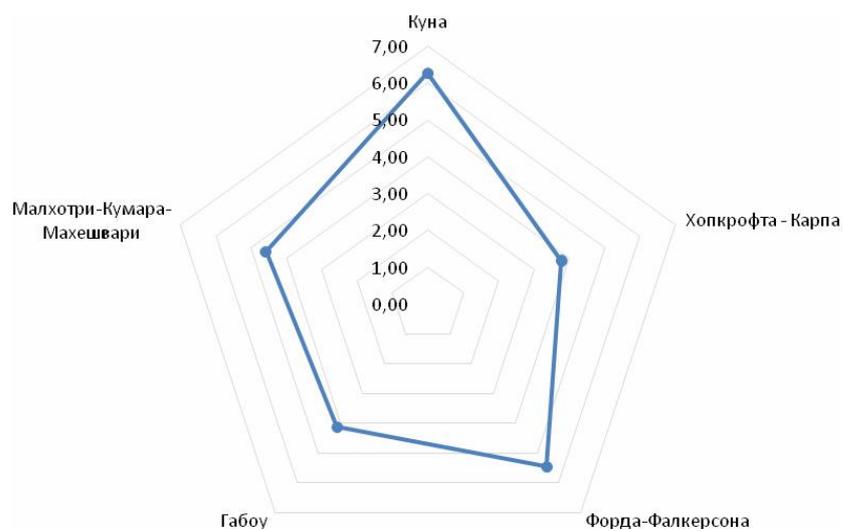


Рисунок 2. Лепестковая диаграмма интегральных показателей качества алгоритмов

Значения характеристик функциональных возможностей (критериев) представлены в виде лепестковой диаграммы на рисунке 3.

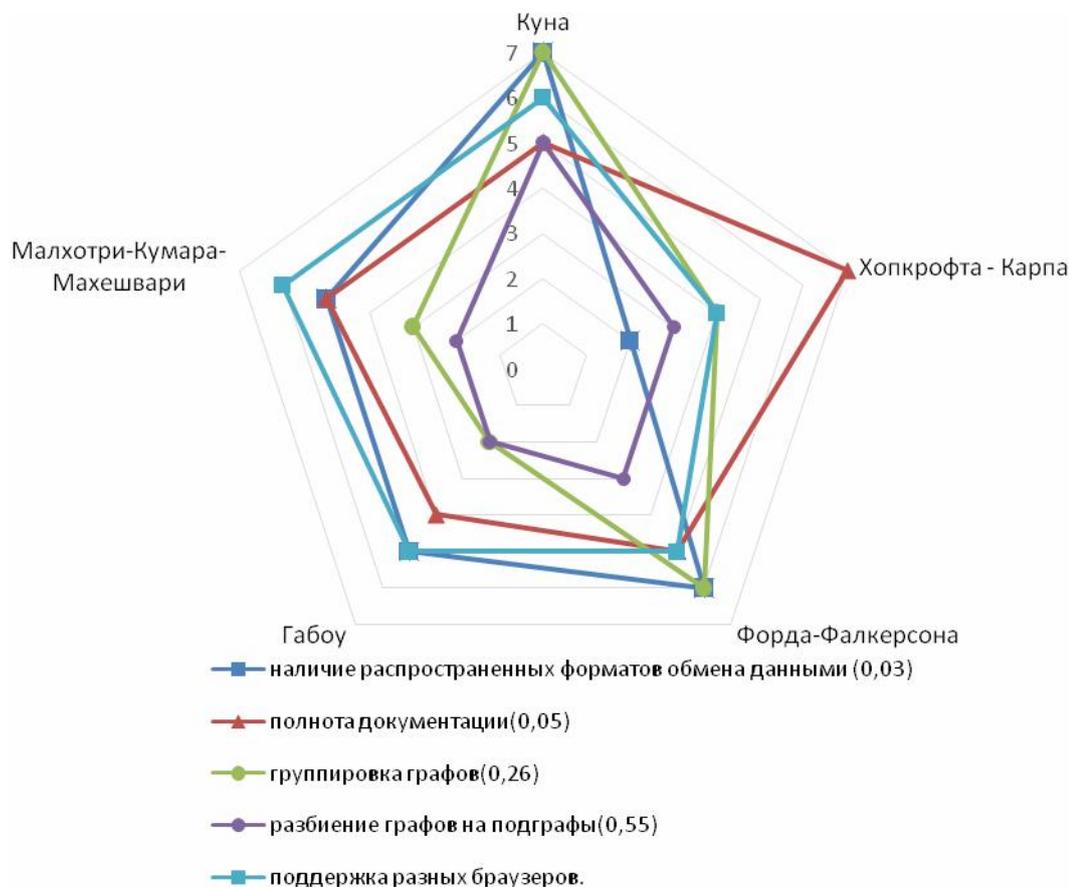


Рисунок 3. Лепестковая диаграмма значений функциональных характеристик

Сравнительный анализ выбранных алгоритмов нахождения максимального паросочетания для двудольных графов показал, что из всех алгоритмов, только Куна имеет значение интегрального показателя качества, превышающий базовое значение, по всем пунктам, а у остальных аналогов он оказался ниже. Так же анализ показал, что алгоритмы Хопкрофта – Карпа, Форда – Фалкерсона, Малхотри-Кумара-Махешвари являются также достойными заменами алгоритму Куна, но надо улучшать их показатели по ряду критериев.

Предлагаемая методика экспертной оценки алгоритмов позволила количественно оценить их качество с точки зрения уровня реализуемых функций и выявила функции, которые не удовлетворительно реализованы в некоторых рассматриваемых алгоритмах.

Библиографический список

1. Кондрацкий Д.Е., Рыбанов А.А. Исследование методов и алгоритмов автоматизированной системы оценки альтернативных вариантов методом Т.Саати // NovaInfo.Ru. 2016. Т. 3. № 46. С. 107-116.

2. Рыбанов А. Определение весовых коэффициентов сложности тем учебного курса на основе алгоритма Саати // Педагогические измерения. 2014. № 4. С. 21-28.
3. Рыбанов А.А., Макушкина Л.А. Технология определения весовых коэффициентов сложности тем дистанционного курса на основе алгоритма Саати // Открытое и дистанционное образование. 2016. № 1 (61). С. 69-79.
4. Сонькин. Д.М. Адаптивный алгоритм распределения заказов на обслуживание автомобилями таксит// Известия Томского политехнического университета. 2009. Т.315, №5.