

Расчет эффективности применения компьютерной визуализации на уроках математики с использованием критерия t-Стьюдента

Плешкевич Анна Анатольевна

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
Магистрант*

Прохорова Наталья Юрьевна

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
Магистрант*

Смирнова Анна Сергеевна

*Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема
Доцент*

Аннотация

В статье рассматривается применение параметрического t-критерия Стьюдента при решении задачи, который дает оценку различий величин средних двух выборок, имеющих нормальное распределение.

Ключевые слова: параметрический критерий, t-критерий Стьюдента, связанная выборка, гипотезы, критическое значение, эмпирическое значение.

Calculation of the effectiveness of computer visualization in the lessons of mathematics using the t-student criterion

Pleshkevich Anna Anatolievna

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
Undergraduate*

Prokhorova Natalia Yurievna

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
Undergraduate*

Smirnova Anna Sergeevna

*Sholom-Aleichem Priamursky State University
lecturer*

Abstract

The article deals with the use of parametric student t-test in solving the problem, which assesses the differences between the values of the average of two samples having a normal distribution.

Keywords: parametric test, student t-test, connected sample, hypotheses, critical value, empirical value.

В прикладных исследованиях часто встречаются случаи, когда средний результат некоторого признака одной серии опытов отличается от среднего результата другой серии. Так как средние значения – это результаты измерений, то, как правило, они всегда различаются. Возникает вопрос: можно ли объяснить найденное расхождение средних неизбежными случайными ошибками эксперимента или оно вызвано определенными причинами. Если идет речь о сравнении двух средних, то можно применять параметрический критерий Стьюдента (t-критерий). Так как предполагается, что признак имеет нормальное распределение в каждой серии экспериментов [2].

Данный критерий был разработан Уильямом Госсетом для оценки качества пива в компании Гиннесс. В связи с обязательствами перед компанией по неразглашению коммерческой тайны, статья Госсета вышла в 1908 году в журнале «Биометрика» под псевдонимом «Student» [4].

Критерий t-Стьюдента направлен на оценку различий величин средних \bar{X} и \bar{Y} двух выборок X и Y , распределенных по нормальному закону.

Одно из главных достоинств критерия – широта его применения. Его используют для сопоставления средних как связанных, так и несвязных выборок, причем выборкам не обязательно быть равными по величине [1].

Критерий Стьюдента имеет несколько условий:

1. Измерение может быть проведено в шкале интервалов и отношений.
2. Сравнимые выборки должны быть распределены по нормальному закону [1].

Цель работы – использование расчета t-критерия Стьюдента при решении задачи в приложении Microsoft Excel и при решении автоматическим способом.

Задача. Проведено исследование 14 учащихся класса. После изучения новой темы на уроке математики традиционным способом, была проведена проверка знаний в тестовом режиме. На следующем уроке при изучении данной темы была использована компьютерная визуализация, а усвоенные знания проверены с помощью теста. Требуется выяснить, улучшает ли эффективность обучения применение компьютерной визуализации при изучении математики или различия «до» и «после» случайны.

Объемы обеих выборок совпадают; более того, порядок элементов в выборках также совпадают. Следовательно, выборка является связанной (зависимой).

Выборка 1:

5, 4, 3, 5, 4, 1, 6, 5, 5, 4, 2, 6, 5, 4.

Выборка 2:

5, 5, 4, 6, 4, 3, 4, 6, 7, 5, 3, 6, 7, 5.

Решение:

В случае связанных выборок с равным числом измерений в каждой можно использовать более простую формулу t - критерия Стьюдента.

Построим статистические гипотезы:

H_0 – Применение компьютерной визуализации не улучшает эффективность обучения.

H_1 – Применение компьютерной визуализации улучшает эффективность обучения.

Решение задачи в приложении Microsoft Excel.

1) Составляем таблицу, состоящую из числа испытуемых, данных до проведения эксперимента и после него. Вычисляем отклонения и квадраты отклонений. Подсчитываем суммы по всем столбцам (рис.1).

2)

№ исп.	до	после	отклонения (d)	квадраты отклонений
1	5	5	0	0
2	4	5	-1	1
3	3	4	-1	1
4	5	6	-1	1
5	4	4	0	0
6	1	3	-2	4
7	6	4	2	4
8	5	6	-1	1
9	5	7	-2	4
10	4	5	-1	1
11	2	3	-1	1
12	6	6	0	0
13	5	7	-2	4
14	4	5	-1	1
суммы	59	70	-11	23

Рисунок 1 – Таблица данных

3) Далее найдем число степеней свободы k , которое определяется по формуле $k = n - 1$.

4) Вычисляем среднее разностей по формуле:

$$\bar{d} = \left| \frac{\sum d_i}{n} \right|,$$

где $d_i = x_i - y_i$ - разности между соответствующими значениями переменной X и переменной Y , а \bar{d} среднее этих разностей.

В свою очередь Sd вычисляется по следующей формуле:

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n * (n - 1)}}.$$

5) Вычисления значений $t_{эмп.}$ осуществляется по формуле:

$$t_{\text{эмп.}} = \frac{\bar{d}}{Sd}$$

По этапное нахождение эмпирического значения изображено на рис.2.

$n = 14$
$k = 13$
$\bar{d} = -0,8$
$Sd = 0,3$
$t_{\text{эмп.}} = 2,8$

Рисунок 2 – Расчет парного t-критерия Стьюдента

Определим критические значения по таблице приложения, используя число степеней свободы $n = 13$:

$$t_{\text{крит.}} = \begin{cases} 2,16 & p \leq 0,05 \\ 3,01 & p \leq 0,01 \\ 4,22 & p \leq 0,001 \end{cases} .$$

Построим ось значимости (рис.3).

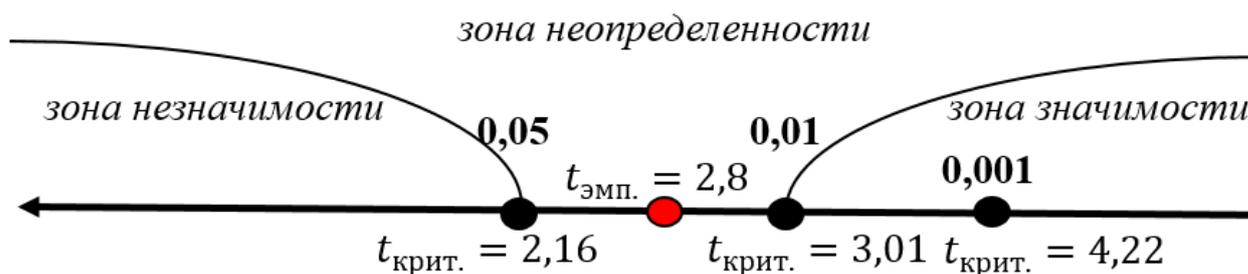


Рисунок 3 – Ось значимости

Значение $t_{\text{эмп.}} = 2,8$ попало в зону неопределенности, следовательно, на 5% уровне гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 - о различиях. Изменения признака статистически значимы, то есть применение компьютерной визуализации улучшает эффективность обучения.

Решение задачи произведем при помощи автоматического способа решения, предназначенного для расчета парного t-критерия Стьюдента для зависимых совокупностей [3].

Чтобы произвести правильный расчет с помощью скрипта (программы, которая автоматизирует некоторую задачу, которую без сценария пользователь делал бы вручную, используя интерфейс программы), необходимо:

1) Выбрать расчет для случая с нужным типом выборки. В данном случае с зависимыми (связными) выборками (рис.4).

Двухвыборочный критерий:	
для связанных выборок ▾	
Выборка 1	Выборка 2
<input type="text"/>	<input type="text"/>

Рисунок 4 – Уточнение типа выборок для расчета

2) Заполнить выборки данными для решения задачи. Данные вводятся по одному числу на строку; без пробелов, пропусков и т.д. (рис.5).

Двухвыборочный критерий:	
для связанных выборок ▾	
Выборка 1	Выборка 2
<input type="text" value="5"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="6"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="6"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="6"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="6"/> <input type="text" value="7"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="6"/> <input type="text" value="7"/> <input type="text" value="5"/>

Рисунок 5 – Ввод данных

3) После заполнения колонок нажать на кнопку «Шаг 2», чтобы произвести автоматический расчет t-критерия Стьюдента (рис.6).



Рисунок 6 – Кнопка расчета

4) При нажатии кнопки расчета скрипт выводит таблицу решения задачи (рис.7).

№	Выборка 1 (В.1)	Выборка 2 (В.2)	Отклонения (В.1 - В.2)	Квадраты отклонений (В.1 - В.2) ²
1	5	5	0	0
2	4	5	-1	1
3	3	4	-1	1
4	5	6	-1	1
5	4	4	0	0
6	1	3	-2	4
7	6	4	2	4
8	5	6	-1	1
9	5	7	-2	4
10	4	5	-1	1
11	2	3	-1	1
12	6	6	0	0
13	5	7	-2	4
14	4	5	-1	1
Суммы:	59	70	-11	23

Рисунок 7 – Расчет задачи

Показывает эмпирическое значение и критические значения при заданных вероятностях (рис.8).

Результат: $t_{эмп} = 2.8$
Критические значения

$t_{кр}$	
$p \leq 0.05$	$p \leq 0.01$
2.16	3.01

Рисунок 8 – Эмпирическое и критические значения

Также на заключительном шаге программа выдает вид оси значимости и вывод по решению данной задачи (рис.9).



Полученное эмпирическое значение t (2.8) находится в зоне неопределенности.

Рисунок 9 – Вывод по решению задачи

Примененный автоматический расчет хорош тем, что нет необходимости делать расчеты в ручную, представлена ось значимости. Но недостатком этой программы является то, что нет конкретного вывода по

решению задачи и нет информации о формулах, использованных при расчете.

Практическая значимость данного метода расчета заключается в применении параметрических критериев в различных сферах жизнедеятельности.

Преимуществами параметрических критериев являются:

- прямое оценивание уровня основных параметров генеральных совокупностей, разности средних и различия в дисперсиях;
- выявление тенденции изменения признака при переходе от условия к условию;
- оценивание взаимодействия двух и более факторов в воздействии на изменения признака;
- обладание большей мощностью по сравнению с непараметрическими в случае нормального распределения генеральной совокупности.

Следует помнить, что наряду с преимуществами параметрические критерии имеют и недостатки:

- при данных, представленных не в стандартизированных оценках, возникают определенные проблемы
- проверка распределения "на нормальность" требует достаточно сложных расчетов, результат которых заранее неизвестен [5].

Библиографический список

1. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. Учебник. М: Московский психолого – социальный институт. «Флинта», 2003 – 336с.
2. Лаборатория статистических исследований Кубанского государственного университета // Обзор методов статистического анализа данных. URL: <http://statlab.kubsu.ru/node/4> (дата обращения: 20.12.2018).
3. Математические методы обработки данных // t - критерий Стьюдента. URL: <https://www.psychol-ok.ru/statistics/student/> (дата обращения: 20.12.2018).
4. Медицинская статистика // t-критерий Стьюдента - метод оценки значимости различий средних величин. URL: http://medstatistic.ru/theory/t_cryteria.html (дата обращения: 20.12.2018).
5. Параметрические и непараметрические критерии. Преимущества и недостатки. URL: <https://lektsii.com/2-96383.html> (дата обращения: 20.12.2018).