

## **Вывод формулы для прогиба консольной фермы с прямоугольной раскосной решеткой в системе компьютерной математики Maple**

*Китаев Сергей Сергеевич*  
*НИУ "МЭИ"*  
*студент*

### **Аннотация**

Плоская балочная ферма с консольной частью двумя шарнирными опорами нагружена равномерной вертикальной нагрузкой, распределенной по узлам нижнего пояса. Методом двойной индукции по числу панелей в пролете и числу панелей на консоли выводится формула для прогиба консоли. Строятся графики, иллюстрирующие полученную зависимость прогиба от числа панелей.

**Ключевые слова:** ферма, прогиб, метод индукции, Maple

## **Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple**

*Kitaev Sergey Sergeevich*  
*NRU "MPEI"*  
*Student*

### **Abstract**

A flat girder truss with a cantilever part with two hinged supports is loaded with a uniform vertical load distributed over the nodes of the lower belt. By a method of double induction on the number of panels in the span and the number of panels on the console, a formula is derived for the deflection of the console. Graphs are constructed that illustrate the obtained dependence of the deflection on the number of panels.

**Keywords:** truss, trough, induction method, Maple.

For almost all regular trusses it is possible to obtain an analytical dependence of the deflection not only on the dimensions and load, but also on the number of panels. The known exact solutions for the deflection of trusses usually contain dependencies on one parameter. In [1], the two-parameter problem of the deflection of a beam-cantilever trussed lattice is solved.

The investigated truss (Figure 1) consists of  $n$  panels in the span and  $m$  panels of the same size on the console part.

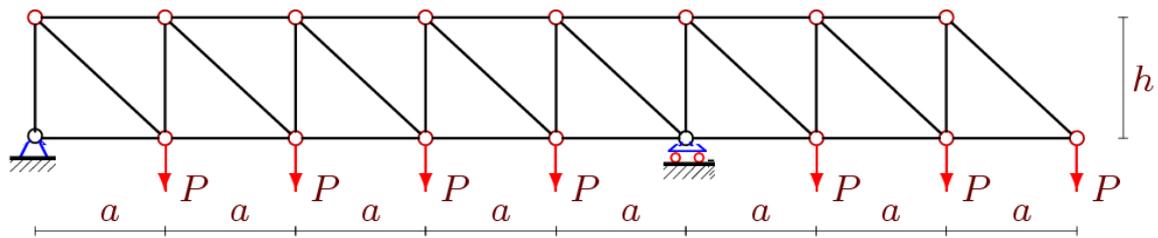


Figure 1 — The truss at  $n = 5, m = 3$ . Load on the lower belt

The problem is to obtain a formula for deflecting the console from the numbers  $n$  and  $m$ . The deflection is determined by the Maxwell-Mohr's formula

$$\Delta = \sum_{j=1}^{K-3} S_j \tilde{s}_j l_j / (EF)$$

where  $E$  — the modulus of elasticity,  $F$  — cross-sectional area rods (same for all rods),  $l_j$  and  $S_j$  — the length of the  $j$ -th rod and force it from the action of the load,  $\tilde{s}_j$  — the force on the vertical unit force in the node on the console, in which the deflection,  $K = 4(n + m) + 2$  — the number of rods in the industry. To determine the forces in the rods, a program [2] is used, adjusted for the calculation of flat [1,3-10] and spatial [11-18] trusses. In [19-29], according to the same program arched trusses were calculated, and in [30-40] - lattice. In the program written in Maple, the coordinates of the nodes are entered. The rods and knots are numbered (Figure 2). The fragment of the program for entering nodes has the form:

```
> for i from 1 to n+m+1 do x[i]:=a*(i-1):y[i]:=0:end:
> for i to n+m do x[i+n+m+1]:=a*(i-1):y[i+n+m+1]:=h:end:
```

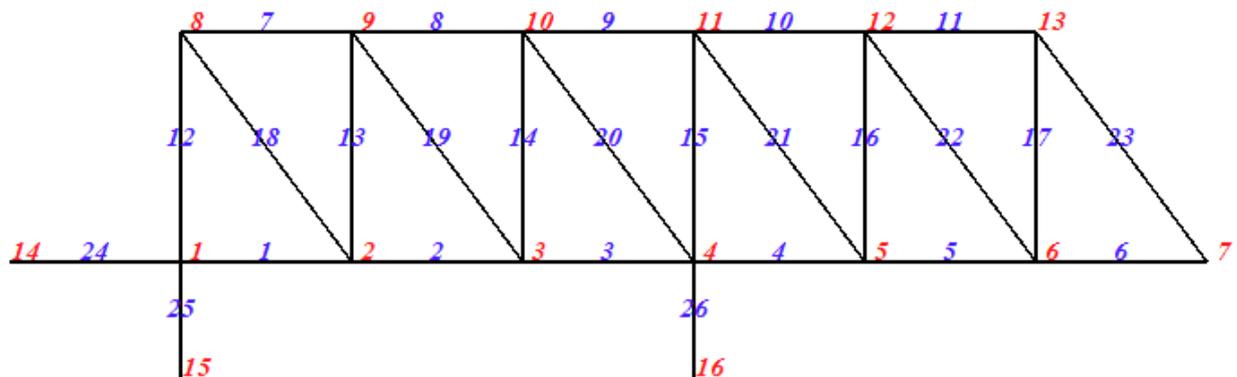


Figure 2 — Numbering of nodes and rods,  $n = m = 3$

The calculation of a number of trusses shows that the form of the solution does not change:

$$EF\Delta = (C_1 a^3 + C_2 (c^3 + h^3)) / (3nh^2),$$

where  $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ . Expressions for the coefficients are determined in two steps. First we obtain a dependence on the number  $n$  for a fixed  $m$ , applying the technique described in [3-10] for the compilation of recurrence equations for a sequence of solution coefficients. For different  $m$  the coefficients have the form:

$$C_1 = -n^4 + 9n^2 + 12n + 4, \quad m = 1;$$

$$C_1 = -2n^4 + 50n^2 + 96n + 24, \quad m = 2;$$

$$C_1 = -3n^4 + 147n^2 + 384n + 72, \quad m = 3;$$

....

$$C_1 = -10n^4 + 4410n^2 + 34320n + 2200, \quad m = 10,$$

$$C_2 = 3n + 3, \quad m = 1,$$

$$C_2 = 9n + 18, \quad m = 2,$$

$$C_2 = 18n + 54, \quad m = 3,$$

$$C_2 = 30n + 120, \quad m = 4,$$

....

$$C_2 = 165n + 1650, \quad m = 10.$$

Next, we determine the general form of the coefficients for the powers of  $n$  in these expressions. For example, the coefficients 3, 9, 18, 30, ... 165 for  $n$  in  $C_2$  satisfy the equation of the Maple system **rgf\_findrecur**:

$$z_m = 4z_{m-1} - 6z_{m-2} + 4z_{m-3} - z_{m-4}.$$

Similar equations are obtained for other coefficients. Solving these equations using the `rsolve` operator gives the final form of the solution coefficients:

$$C_1 = ((2m^2 + 2m + (4m^2 + 4m + 1)n^2 + (3m^3 + 4m^2 + 3m + 2)n - n^4)m) / 4,$$

$$C_2 = 3((m+1)n + m^2 + m)m / 2.$$

Figure 3.4 shows three curves of the deflection versus the number of panels for a dimensionless quantity  $\Delta' = EF\Delta / (P_{sum}L)$  at  $L = a(m+n)$ ,  $P = P_{sum} / (n+m+1)$ ,  $L = 100m$ ,  $h = 2m$

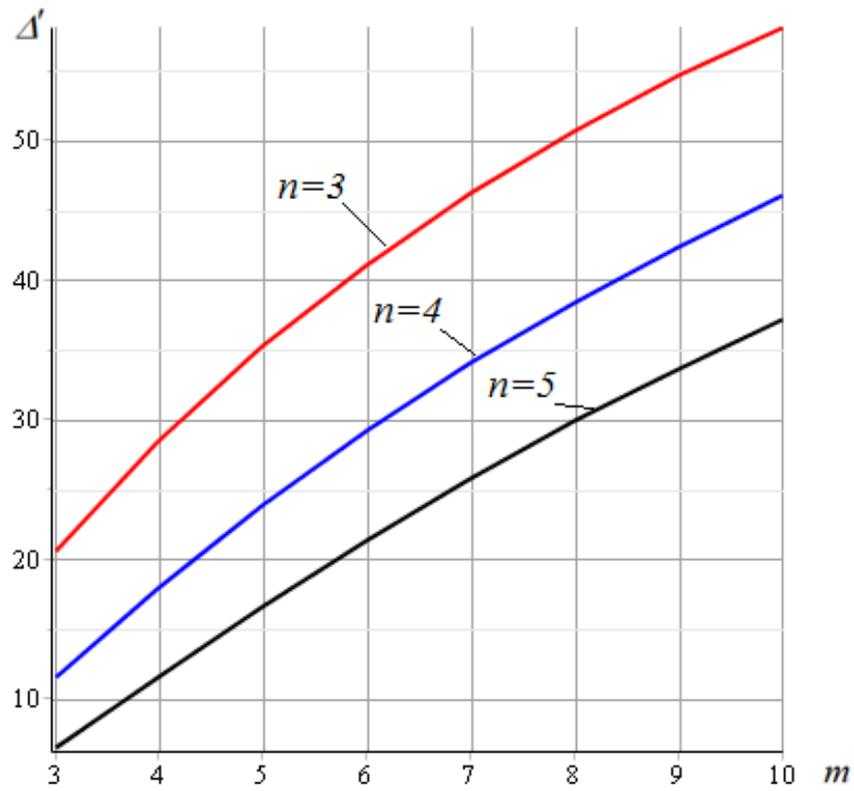


Figure 3 — Dependence of the deflection on the number of panels,  $m$  in meters

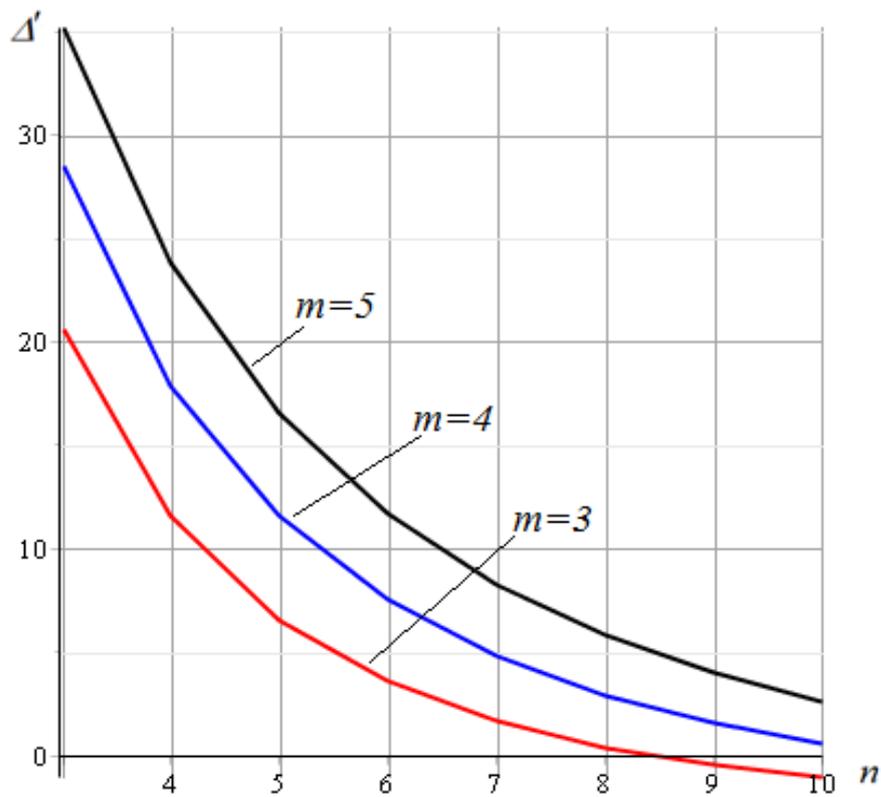


Figure 3 — Dependence of the deflection on the number of panels,  $n$  in meters

**References**

1. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. Two-parameter derivation of the formula for deflection of the console truss // Постулат. 2018. №5. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1456/1487>
2. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
3. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12. С.28.
4. Широков А.С. Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 11-14.
5. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте, моделируемом фермой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560-569.
6. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
7. Кирсанов М.Н. Индуктивный вывод формул для деформаций плоской решетчатой фермы // Строительство и реконструкция. 2017. №2(70). С. 17-22
8. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С.23-27.
9. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23.
10. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // Механизация строительства. 2017. № 10. С. 24-27
11. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2016. 4(64). С. 52-58.
12. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure. Magazine of Civil Engineering. 2018. No. 08. Pp. 58–66.
13. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165–171
14. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С.19-22.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2016. 4(64). С. 52-58.
16. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный журнал строительства и архитектуры. 2016. №1(41). С. 93-100.

17. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2. С. 2-6.
18. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. №1(53). С. 32–38
19. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. Two-parameter derivation of the formula for deflection of the console truss // Postulat. 2018. No. 5.
20. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
21. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). Pp.64-70.
22. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9-14
23. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55
24. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. 9(36). С. 44-55.
25. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
26. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
27. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
28. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой // Постулат. 2017. № 12. С.74.
29. Макаров М. Д. Анализ смещения опоры плоской упругой арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу // Научный альманах. 2016. №6-2 (19). С. 257-259.
30. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Постулат. 2018. №2-1. С.16.
31. Кирсанов М.Н., Пахомов В.А. Аналитический расчет величины прогиба решетчатой фермы // Постулат. 2018. № 3. С.13.
32. Зименков Н. А. Формула для прогиба шпренгельной фермы с крестообразной решеткой // Молодежь и наука. 2017. №4. С. 107
33. Кирсанов М.Н., Заборская Н.В. Деформации периодической фермы с раскосной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 3(71). С. 61–67.
34. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчета прогиба балочной

- многорешетчатой фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 2(271). С. 4-10.
- 35.Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С.11-13.
- 36.Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости//Строительная механика и конструкции. 2017. № 1 (14). С. 27-30
- 37.Горбунова А.С., Кирсанов М.Н, Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой "STAR" в аналитической форме//Строительная механика и конструкции. 2017. № 1 (14). С. 36-41
- 38.Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 5-10.
- 39.Белянкин Н., Бойко А., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с усиленной треугольной решеткой // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 2 (15) С.122-125.
- 40.Kirsanov M.N., Astahov S.V. The mathematical model of dome covering industrial facility // Architecture and Engineering. 2017. №2(2). С. 8-14